

10 立体の 表面積と体積

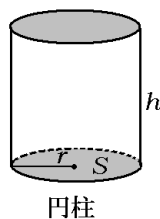
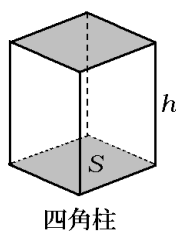
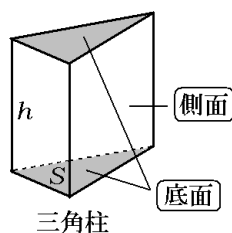
学習日 7月 10日

名 前 _____

1

まとめ 立体の表面積・体積

●角柱・円柱の表面積・体積…角柱・円柱は2つの底面と側面からできている。



側面は、
角柱では平面、
円柱では曲面だね。

表面積…底面積と側面積を別々に求めて加える。

⇒角柱では、三角形や四角形の面積を求めて加える。

⇒円柱の側面積は、展開図をつくと長方形になり、たては高さ、横は円周である。

体積…

底面積を S 、高さを h 、体積を V とすると、

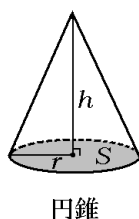
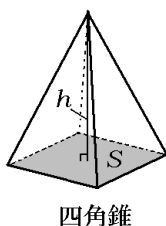
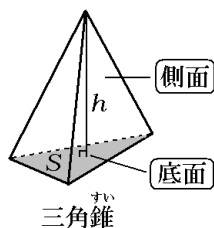
$$V = Sh \quad (\text{底面積} \times \text{高さ})$$

円柱の場合は、底面が円だから、半径を r とすると、

$$V = \pi r^2 h$$

底面の形がちがうだけで、
体積はどちらも
「底面積×高さ」だ。

●角錐・円錐の表面積・体積…角柱・円柱は1つの底面と側面からできている。



円柱と同じで、側面
は、角柱では平面、
円柱では曲面だね。

表面積…底面積と側面積を別々に求めて加える。

⇒角錐では、三角形や四角形の面積を求めて加える。円錐の側面は展開図でおうぎ形。

(円錐の側面積については次ページでくわしく説明)

体積…

底面積を S 、高さを h 、体積を V とすると、

$$V = \frac{1}{3} Sh \quad (\text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3})$$

円錐の場合は、底面が円だから、半径を r とすると、

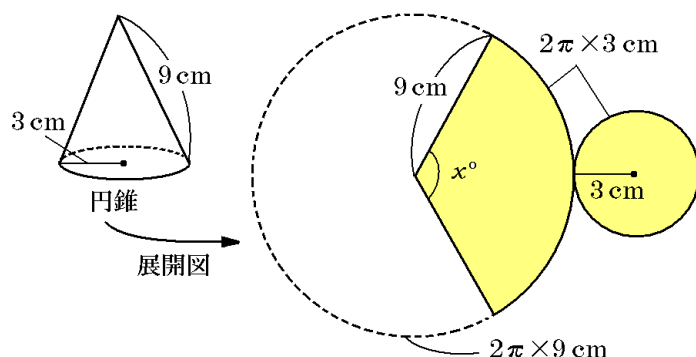
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

底面の形がちがうだけで、
体積はどちらも

$$\text{「底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}\text{」}$$

角柱、円柱の体積の $\frac{1}{3}$ だ。

円錐の側面積…展開図で、おうぎ形になる。



側面のおうぎ形は円の何分のいくつ？

おうぎ形の弧の長さ＝底面の円周
 $= 2\pi \times 3$

半径 9 cm の円の円周 $= 2\pi \times 9$

面積は弧の長さに比例するから、
 おうぎ形は、半径 9 cm の円の

$$\frac{2\pi \times 3}{2\pi \times 9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(例) 上の図で、おうぎ形の中心角は、 $x = 360^\circ \times \frac{1}{3} = 120^\circ$

側面のおうぎ形の面積は、 $S = \pi \times 9^2 \times \frac{1}{3} = 27\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

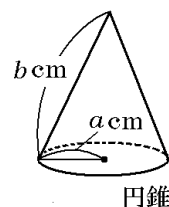
裏ワザ

母線の長さが b cm、底面の半径が a cm の円錐では次のことがいえる。

側面のおうぎ形は、半径 b cm の円の $\frac{a}{b}$ にあたる。

側面のおうぎ形の中心角 $= 360^\circ \times \frac{a}{b}$

側面のおうぎ形の面積 $= \pi \times b^2 \times \frac{a}{b} = \pi \times ab \text{ (cm}^2\text{)}$



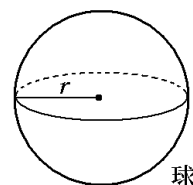
● **球の表面積・体積**…公式をしっかり覚えよう。

球の半径を r とすると、

表面積… $S = 4\pi r^2$

体積… $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

面積は 2 乗、体積は 3 乗だね。自分で覚え方をくふうしてみようね。



(例) 半径 2 cm の球では、

表面積 $= 4\pi \times 2^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ 体積 $= \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

用語 **母線** はしせん: 円錐や円柱の側面をつくり出す線分を、円錐や円柱の**母線**という。

面積や体積を求める公式や考え方がいろいろ出てきたよ。しっかり整理しておこうね。



基礎チェック1 角柱・円柱の表面積・体積

図1の三角柱について、①～⑥の□にあてはまる数を答えなさい。

- (1) 表面積を次のように求めた。

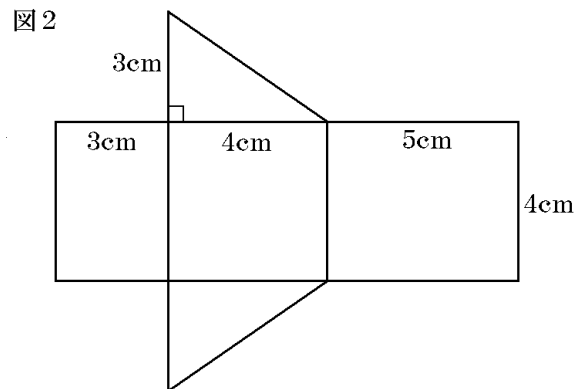
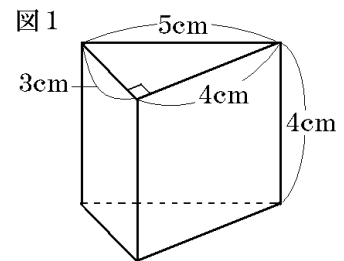
底面の三角形の面積は①□ cm^2 で、2つあるから、
底面積の合計は②□ cm^2 である。

図1の展開図は図2のようになる。

側面を1つの長方形と考えると、たては4cm、
横の合計は③□ cmだから、
側面積は④□ cm^2 である。

底面積と側面積の和が表面積であるから、
表面積は⑤□ cm^2 となる。

- (2) 図1の三角柱の体積は⑥□ cm^3 である。



基礎チェック2 角柱・円柱の表面積・体積

図1の円柱について、①～⑥の□にあてはまる数や記号を答えなさい。円周率は π とする。

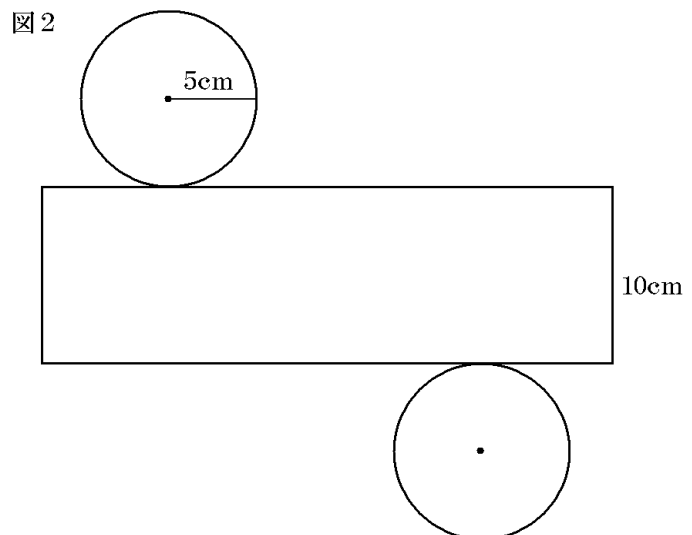
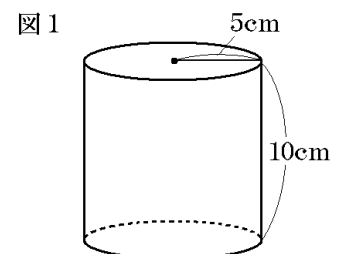
- (1) 表面積を次のように求めた。

底面の円の面積は①□ cm^2 で、2つあるから、
底面積の合計は②□ cm^2 である。

図1の展開図は図2のようになる。
側面を1つの長方形と考えると、
たては10cm、横は底面の円周だから
③□ cm、
側面積は④□ cm^2 である。

底面積と側面積の和が表面積であるから、表面積は⑤□ cm^2 となる。

- (2) 図1の円柱の体積は⑥□ cm^3 である。



基礎チェック3 角錐・円錐の表面積・体積

図1, 図2はそれぞれ, 正四角錐の展開図, 見取図である。①～⑤の□にあてはまる数を答えなさい。

(1) 図1について,

底面の正方形の面積は

① □ cm^2 ,

側面は面積② □ cm^2 の

三角形が4つあるから, 側面積は③ □ cm^2

底面積と側面積の和である表面積は, ④ □ cm^2 となる。

(2) 図2の正四角錐の体積は, ⑤ □ cm^3 である。

図1

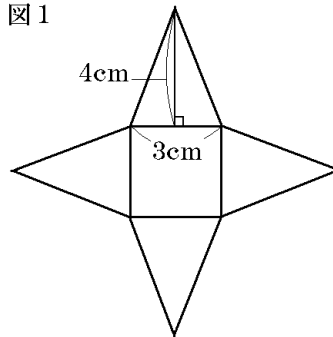
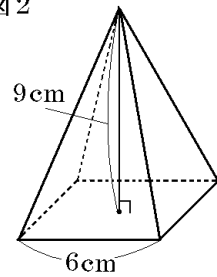


図2



「底面積×高さ× $\frac{1}{3}$ 」
だね。

基礎チェック4 角錐・円錐の表面積・体積

図1の円錐について, ①～⑦の□にあてはまる数や記号を答えなさい。ただし, 円周率は π とし, 同じ数字には同じものが入る。

(1) 図1の表面積を求めてみよう。

図2は, 図1の展開図である。

底面積は① □ cm^2 ,

側面はおうぎ形で, おうぎ形の弧の長さ l は,

底面の円周に等しいから $2\pi \times$ ② □ cm ,

半径5cmの円周は $2\pi \times$ ③ □ cm である。

このため,

半径5cmの円に対するおうぎ形の面積の割合

は, 弧の長さに比例するから,

$$\frac{2\pi \times \text{②}}{2\pi \times \text{③}} = \frac{\text{②}}{\text{③}}$$

となる。これより,

おうぎ形の面積は, $25\pi \times \frac{\text{②}}{\text{③}} = \text{④} \text{ □ } \text{cm}^2$ である。

また, 中心角は, $x = 360^\circ \times \frac{\text{②}}{\text{③}} = \text{⑤} \text{ □ } ^\circ$ である。

したがって, 表面積は⑥ □ cm^2 となる。

(2) 図1の円錐の体積は, ⑦ □ cm^3 である。

図1

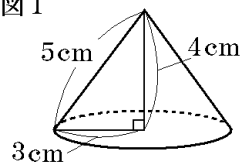
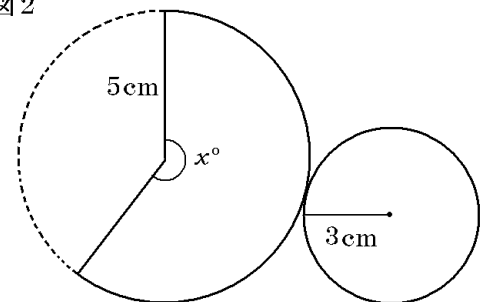


図2



結局, 母線の5cmと
半径3cmの比になるんだ。

円が関係する面積や体積
では π を忘れずに!

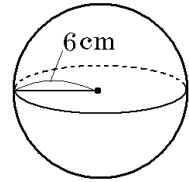


基礎チェック5 球の表面積・体積

球について、①～⑦の□にあてはまる数を答えなさい。ただし、円周率は π とし、②、⑥は指数の形で入れなさい。

- (1) 半径 6 cm の球の表面積 S は、

$$S = \text{①} \pi \times \text{②} = \text{③} \text{ cm}^2 \text{ である。}$$



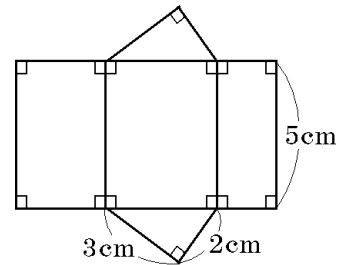
- (2) 半径 6 cm の球の体積 V は、

$$V = \frac{\text{⑤}}{\text{④}} \pi \times \text{⑥} = \text{⑦} \text{ cm}^3 \text{ である。}$$

2

基本問題 立体の表面積・体積

右の図は、三角柱の展開図である。この展開図を組み立ててつくられる三角柱の体積を求めなさい。(岐阜)

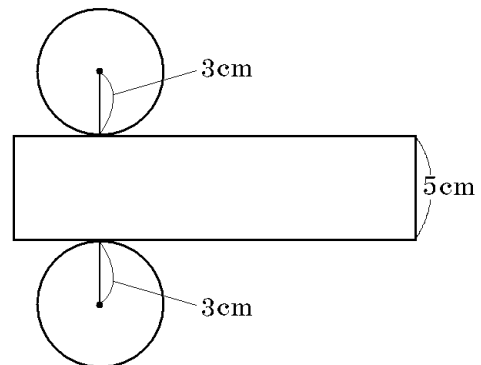


3

基本問題 立体の表面積・体積

次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

- (1) 右の図は、円柱の展開図である。この展開図を組み立ててつくられる円柱の体積を求めなさい。(岐阜)

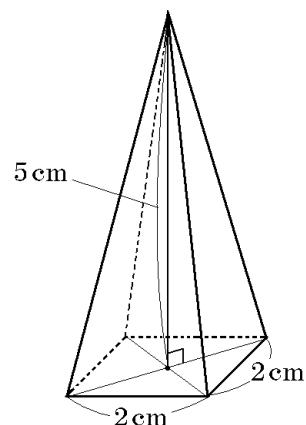


- (2) この展開図を組み立ててつくられる円柱の表面積を求めなさい。

4

基本問題 立体の表面積・体積

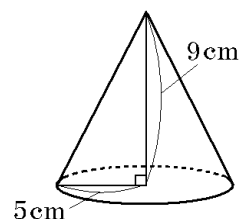
右の図のような、底面は1辺が2 cmの正方形で、高さが5 cmの正四角錐がある。この正四角錐の体積を求めなさい。(山口)



5

基本問題 立体の表面積・体積

右の図のような円錐の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



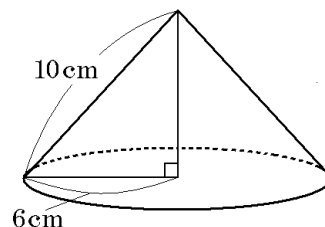
6

基本問題 立体の表面積・体積

⇒側面のおうぎ形の中心角・側面積の求め方をマスターしよう。

右の図のように、底面の半径が6 cm、母線の長さが10 cmの円錐がある。次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

- (1) この円錐の展開図で、側面となるおうぎ形の中心角を求めなさい。(秋田)



- (2) この円錐の側面積を求めなさい。

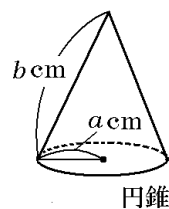
裏ワザ

側面のおうぎ形は、円の $\frac{a}{b}$ にあたる。

おうぎ形の中心角 $= 360^\circ \times \frac{a}{b}$

おうぎ形の面積(側面積) $= \pi \times ab$

⇒ $b \times a$ に π をつければ側面積になる。

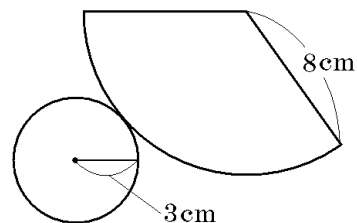


7

基本問題 立体の表面積・体積 ⇒側面のおうぎ形は円の何分のいくつ？

右の図は円錐の展開図で、底面の円の半径が3cm、側面のおうぎ形の半径が8cmである。次の問いに答えなさい。
ただし、円周率は π とする。

(1) 側面のおうぎ形の中心角を求めなさい。(京都)

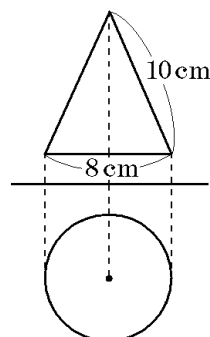


(2) 側面のおうぎ形の面積を求めなさい。

8

基本問題 立体の表面積・体積 ⇒側面のおうぎ形は円の何分のいくつ？

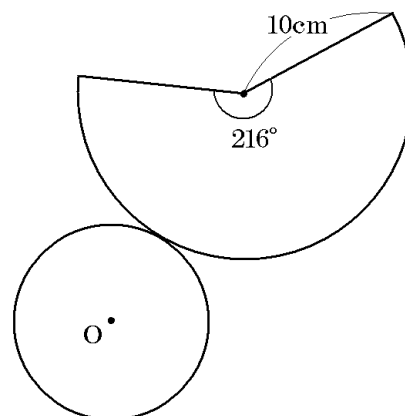
右の図は円錐の投影図である。この円錐の表面積を求めなさい。
ただし、円周率は π とする。(富山)



9

基本問題 立体の表面積・体積 ⇒側面のおうぎ形は円の何分のいくつ？

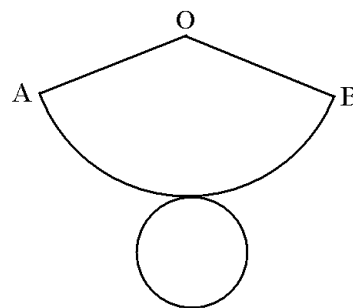
右の円錐の展開図で、底面Oの半径を求めなさい。(青森)



10

基本問題 立体の表面積・体積 ⇒側面のおうぎ形は円の何分のいくつ？

右の図は、底面積が $9\pi\text{cm}^2$ の円錐の展開図である。
 $\angle AOB = 135^\circ$ のとき、線分OAの長さは何cmか。ただし、 π は円周率とする。(広島)



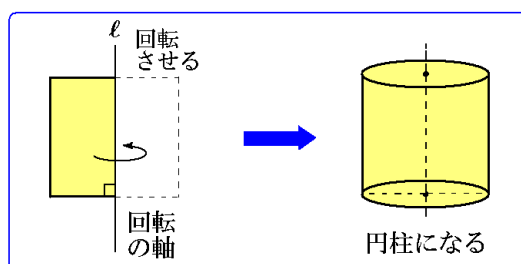
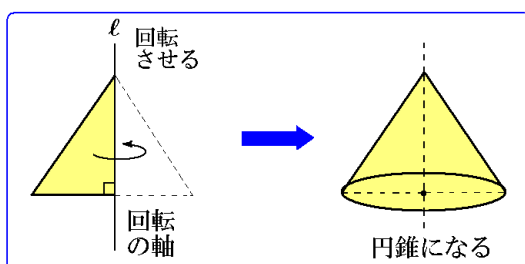
次は、回転体の体積についてまとめよう。



11

まとめ 回転体の体積

- 回転体**…1つの平面図形を、その平面上の直線 ℓ のまわりに1回転させてできる立体を回転体といい、直線 ℓ を回転の軸という。
 ⇒回転体では、底面は円、側面は曲面になる。



- 回転体の体積**…円錐や円柱、球の体積の求め方をもとにして計算する。

半径を r 、高さを h 、体積を V とすると、

$$\text{円錐 } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \quad \text{円柱 } V = \pi r^2 h$$

$$\text{球 } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

円錐・円柱の底面積は、
 半径 r の円の面積
 「半径×半径× π 」で
 πr^2 だね。

用語 **母線**：円錐や円柱の側面をつくり出す線分を、円錐や円柱の**母線**という。

基礎チェック1 回転体の体積

図1のような台形ABCDを直線 ℓ を軸として回転させる。図2は、そのときできる回転体を考えるときのメモである。次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

- (1) の中にあてはまる数を入れなさい。

できる回転体は、丸いテント

のような形で、

底面の半径がcm,

高さがcmの円柱と、

底面の半径がcm,

高さがcmの円錐を組み合わせたものである。

図1

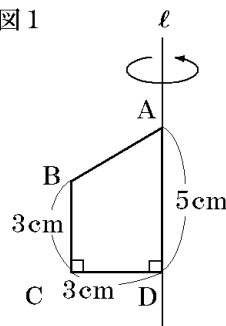
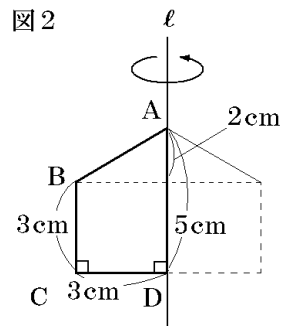


図2



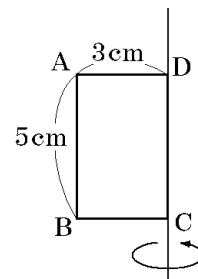
下の部分が円柱、上の部分が円錐になるね。

- (2) 円柱部分の体積を求めなさい。
- (3) 円錐部分の体積を求めなさい。
- (4) この回転体の体積を求めなさい。

12

基本問題 回転体の体積

右の図の長方形ABCDを、辺CDを軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(岩手)

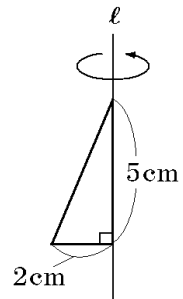


13

基本問題 回転体の体積

右の図の直角三角形を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(栃木)

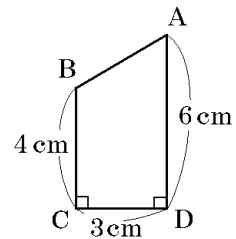
答えは分数になるよ。



14

基本問題 回転体の体積

右の図のような台形ABCDがある。辺ADを軸として、この台形を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(山口)

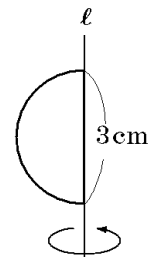


回転体は、2つの立体が組み合わさった形になるね。

15

基本問題 回転体の体積

右の図のような半円を、直線 ℓ を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(岩手)



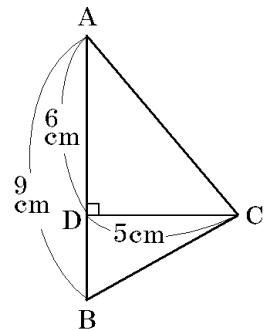
16

基本問題 回転体の体積

右の図のように、 $\angle A$ と $\angle B$ がともに 90° より小さい角である $\triangle ABC$ において、頂点 C から辺 AB にひいた垂線と辺 AB との交点を D とする。

$AB=9\text{cm}$, $AD=6\text{cm}$, $CD=5\text{cm}$

のとき、 $\triangle ABC$ を、辺 AB を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(宮城)

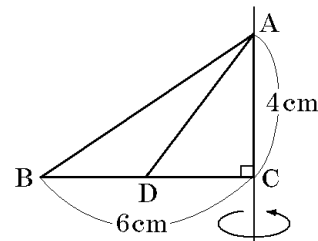


どのような図形が
組み合わせるかな？

17

基本問題 回転体の体積

右の図の直角三角形 ABC で、 BC の中点を D とする。直線 AC を軸として三角形 ABD を1回転させてできた立体を P ，直線 AC を軸として三角形 ADC を1回転させてできた立体を Q とする。立体 P と立体 Q の体積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。(青森)



まず、それぞれの体積を
求めてみよう。

表面積や体積を求めるのが、得意になった
かな。公式や考え方はだいじょうぶだね。
答え合わせをしっかりとしましょう。



10 立体の 表面積と体積

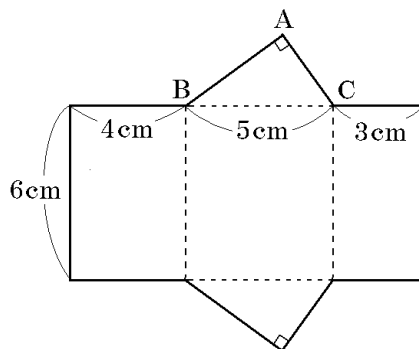
学習日 7月 10日

名 前 _____

1

補充問題 立体の表面積・体積

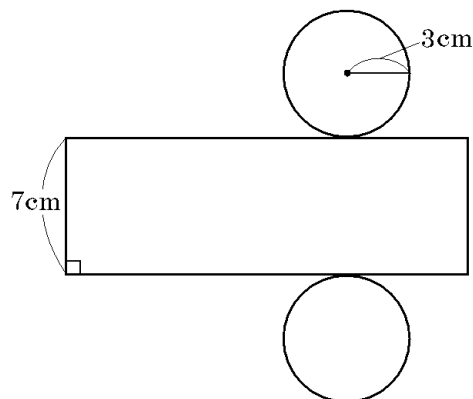
展開図が右の図のような三角柱の体積を求めなさい。ただし、 $\angle BAC = 90^\circ$ とする。(徳島)



2

補充問題 立体の表面積・体積

右の図は、円柱の展開図である。この展開図を組み立ててつくられる円柱の側面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(栃木)



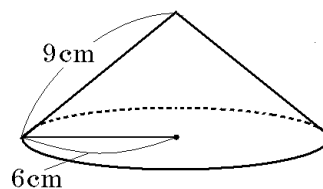
3

補充問題 立体の表面積・体積

⇒側面のおうぎ形は円の何分のいくつ？

右の図のように、底面の半径が6cm、母線の長さが9cmの円錐がある。次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

- (1) 側面の展開図のおうぎ形について、中心角の大きさを求めなさい。(富山)

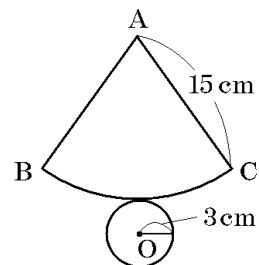


- (2) この円錐の側面積を求めなさい。

4

補充問題 立体の表面積・体積 ⇒側面のおうぎ形は円の何分のいくつ？

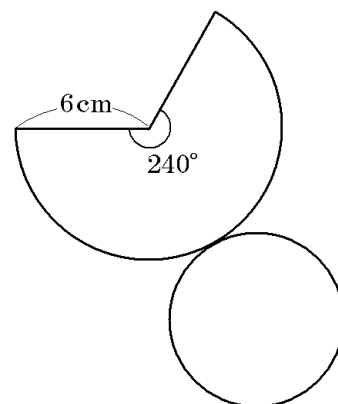
右の図は、底面の半径が3cm、母線の長さが15cmである円錐の展開図を示したものである。このおうぎ形の中心角 $\angle BAC$ の大きさは何度か。ただし、円周率は π とする。(和歌山)



5

補充問題 立体の表面積・体積 ⇒側面のおうぎ形は円の何分のいくつ？

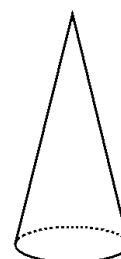
右の図のような円錐^{えんすい}の展開図がある。側面の展開図は、半径が6cm、中心角が 240° のおうぎ形である。底面の半径を求めなさい。(佐賀)



6

補充問題 立体の表面積・体積 ⇒側面のおうぎ形は円の何分のいくつ？

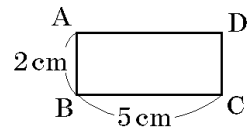
側面の展開図が、半径6cm、中心角が 90° のおうぎ形になるような円錐がある。この円錐の底面積を求めなさい。(佐賀)



7

補充問題 回転体の体積

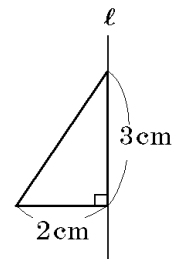
右の図のような長方形ABCDがある。辺CDを軸として、この長方形を1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(山口)



8

補充問題 回転体の体積

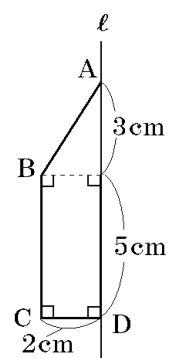
右の図の直角三角形を、直線 ℓ を軸として1回転したときにできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(栃木)



9

補充問題 回転体の体積

右の図の四角形ABCDを、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(佐賀)



回転体は、2つの立体が
組み合わさった形になるね。

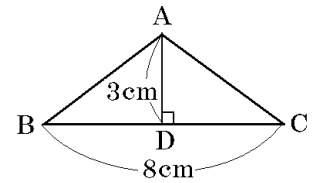
10

補充問題 回転体の体積

右の図のような $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC がある。点 A から辺 BC に垂線をひき、辺 BC との交点を D とする。

$BC=8\text{cm}$, $AD=3\text{cm}$

のとき、辺 BC を軸として1回転させたときにできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いること。(高知)

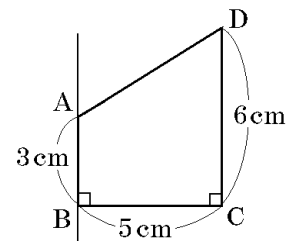


どのような図形が
組み合わさるかな？

11

補充問題 回転体の体積

右の図の台形 $ABCD$ を、辺 AB を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。(福島)



円柱から円錐をくりぬいた形の立体になるね。