

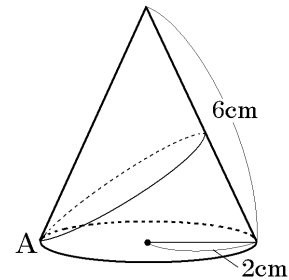
1

実戦例題 空間図形(1) - 最短距離 - どのくらいできるか、挑戦してみよう。

次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図のように、底面の半径 2 cm 、母線の長さ 6 cm の円錐があり、底面の周上にある点 A から、円錐の側面を一周してもとの点 A まで、ひもをゆるまないようにかける。ひもの長さが最も短くなるとき、その長さを求めなさい。

(新潟)

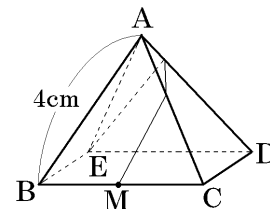


- (2) 右の図のように、各辺の長さがすべて 4 cm の正四角錐 $ABCDE$ があり、辺 BC の中点を M とする。

この正四角錐 $ABCDE$ の側面に、点 M から頂点 E まで、辺 AC 、辺 AD に交わるようにひもをかける。

かけたひもの長さがもっとも短くなるときのひもの長さを求めなさい。

なお、問いにおいて、答えに $\sqrt{\quad}$ がふくまれるときは、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ簡単な数にしろ。 (三重)



解き方

最短距離の問題とよばれる。最短距離は展開図で直線になる。

- (1) 円錐の底面の円周の長さは，

$$2 \times \pi \times 2 = 4\pi \text{ (cm)}$$

したがって，側面の展開図でのおうぎ形の中心角は，

$$\angle AOA' = 360^\circ \times \frac{4\pi}{2\pi \times 6} = 120^\circ$$

ひもの最短の長さは，展開図で になり，右の図で，線分 AA' の長さである。

$\triangle OAH$ は正三角形の半分の形で，内角が 30° ， 60° ， 90° の直角三角形であるから，

$$AO : AH = 2 : \text{ }$$

$$\text{したがって， } AA' = 2AH = 2 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \text{ } \text{ (cm)}$$

- (2) ひもがかかっている側面の展開図は右の通り。

M から BA へ垂線 MN をひくと， $\triangle BMN$ は内角が 30° ， 60° ， 90° の直角三角形であるから，

正四角錐の側面は正三角形 4 つからできている。

$$BM : BN : MN = 2 : 1 : \sqrt{3}$$

$$\text{よって， } BN = BM \times \frac{1}{2} = 1 \text{ (cm)}$$

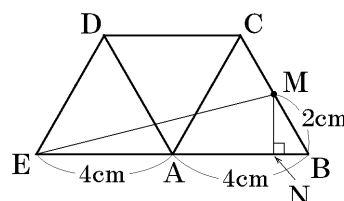
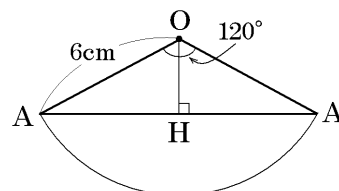
$$MN = \sqrt{3} BN = \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$EN = 4 + 4 - 1 = \text{ } \text{ (cm)}$$

$\triangle MNE$ で三平方の定理より，三平方の定理はよく使われる。

$$ME = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 7^2} = \sqrt{52} = \text{ } \text{ (cm)}$$

裏ワザ 円錐の側面のおうぎ形は，母線の長さ 6 cm と底面の半径 2 cm の比で，円の $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ になる。



答え (1) 直線， $\sqrt{3}$ ， $6\sqrt{3}$ (2) 7， $2\sqrt{13}$

Check Point

最短距離の問題：最短距離は，展開図で直線になる。

長さを求めるのによく使われる知識：

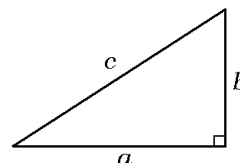
30° ， 60° ， 90° の直角三角形の辺の比 $2 : 1 : \sqrt{3}$

45° ， 45° ， 90° の直角三角形の辺の比 $1 : 1 : \sqrt{2}$

三平方の定理 3 辺の長さが a ， b ， c (斜辺 c)

の直角三角形では，

$$a^2 + b^2 = c^2$$



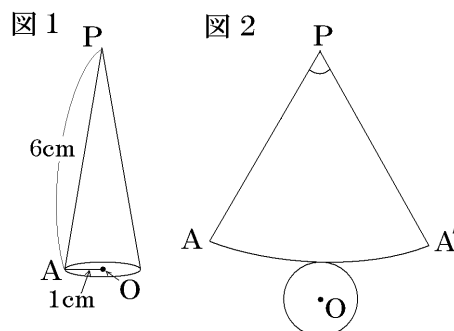
2

実戦問題 空間図形(1) - 最短距離 -

図1のように、点Pを頂点とし、点Oを底面の中心とする円錐がある。底面の周上に点Aがあり、 $PA=6\text{cm}$ 、 $OA=1\text{cm}$ である。また、図2はこの円錐の展開図であり、点A'は組み立てたときに点Aと重なる点である。

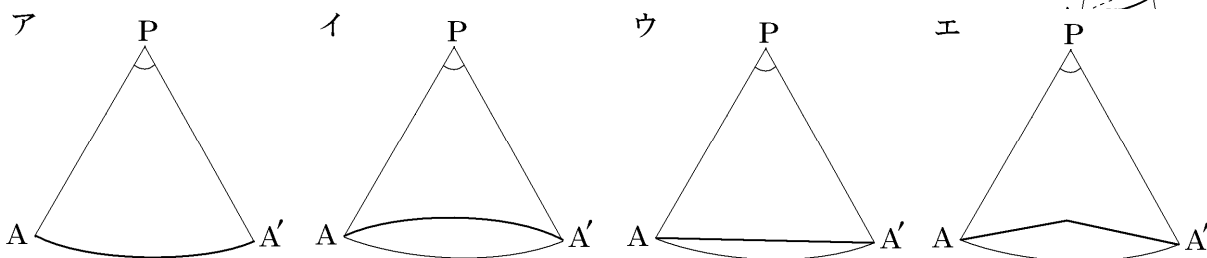
次の問いに答えなさい。(島根)

- (1) 図2のおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。



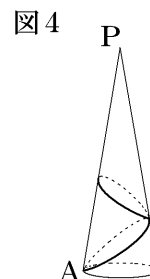
- (2) 図3のように、点Aから円錐の側面にそって、糸を1周巻きつけて点Aに戻す。糸の長さが最も短くなる時、次の問いに答えなさい。

糸のようすを側面の展開図に太線で表すとどのようなになるか、次のア～エから1つ選び、記号で答えなさい。



糸の長さは何cmになるか、求めなさい。

- (3) 図4のように、点Aから円錐の側面にそって、糸を2周巻きつけて点Aにもどす。糸の長さが最も短くなる時、その長さは何cmになるか、求めなさい。



3

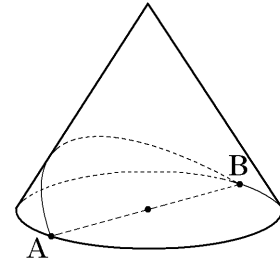
実戦問題 空間図形(1) - 最短距離 -

右の図のように、底面の円の直径ABが4 cm、母線の長さが4 cmの円錐がある。

このとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(京都)

(1) 円錐の体積と表面積をそれぞれ求めなさい。



(2) 点Aから円錐の側面にそって点Bまでひもをかける。ひもの長さが最も短くなるようにするとき、このひもの長さを求めなさい。ただし、ひもの太さは考えないものとする。

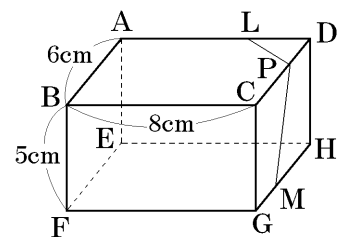
4

実戦問題 空間図形(1) - 最短距離 -

右の図のように、点A、B、C、D、E、F、G、Hを頂点とする直方体があり、 $AB=6\text{cm}$ 、 $BC=8\text{cm}$ 、 $BF=5\text{cm}$ である。

辺AD上に $AE=AL$ となる点L、辺GH上に $GH=3GM$ となる点Mをとる。

辺CD上に $LP+PM$ の長さがもっとも短くなるように点Pをとるとき、 $LP+PM$ の長さを求めなさい。(千葉)



5

実戦問題 空間図形(1) - 最短距離 -

図1, 図2のように, 底面ABCDが1辺の長さ2 cmの正方形である正四角錐OABCDがある。また, 正四角錐OABCDの高さは $\sqrt{3}$ cmである。

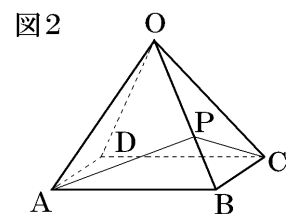
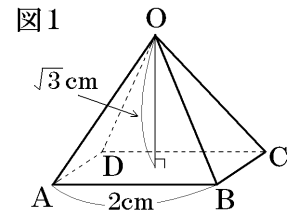
このとき, 次の問いに答えなさい。(長崎)

(1) 正四角錐OABCDの体積は何 cm^3 か。

(2) 辺OAの長さは何cmか。

(3) 三角形OABの面積は何 cm^2 か。

(4) 図2において, 辺OB上を動く点をPとする。2つの線分AP, PCの長さの和 $AP+PC$ が最小となるとき, $AP+PC$ の長さは何cmか。

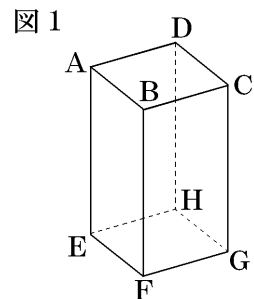


6

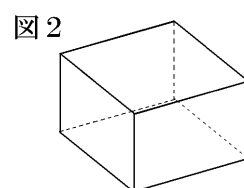
実戦問題 空間図形(1) - 最短距離 -

右の図1は、底面が1辺2 cmの正方形で、高さが4 cmの正四角柱である。このとき、次の問いに答えなさい。(沖縄)

(1) 図1の正四角柱の体積を求めなさい。

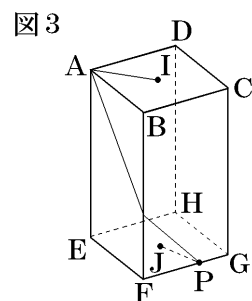


(2) 図2は正四角柱で、図1の正四角柱と比較すると体積は等しく、高さは半分である。この正四角柱の底面の1辺の長さを求めなさい。



(3) 図3は、図1において対角線ACと対角線BDの交点をI、対角線EGと対角線FHの交点をJ、底面EFGHの辺上の点をPとし、I, A, P, Jの順に糸をかけたものである。このとき、糸は正四角柱の表面に沿って長さがもっとも短くなるようにかけるものとする。

点Pが頂点Eの位置にあるとき、糸の長さを求めなさい。



点Pが頂点Gの位置にあるとき、糸の長さを求めなさい。

答え合わせをしましょう。



24 空間図形(1)

- 最短距離 -

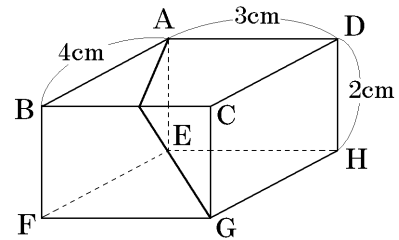
学習日 10月 30日

名 前 _____

1

補充問題 空間図形(1) - 最短距離 -

右の図はA, B, C, D, E, F, G, Hを頂点にもつ直方体で, $AB=4\text{cm}$, $AD=3\text{cm}$, $DH=2\text{cm}$ である。この直方体に, 頂点Aから辺BCを通して, 頂点Gまで糸をかけた。かけた糸の長さがもっとも短くなる時の糸の長さを求めなさい。ただし, 糸の伸び縮みおよび太さについては考えないものとする。(高知)



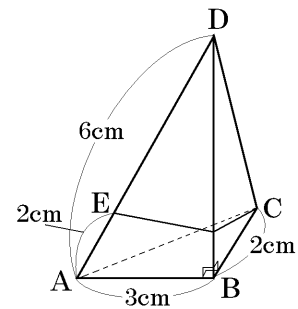
2

補充問題 空間図形(1) - 最短距離 -

右の図は, $AB=3\text{cm}$, $BC=2\text{cm}$, $\angle ABC=90^\circ$ の直角三角形ABCを底面とし, 点Dを頂点とする三角錐であり, $AD=6\text{cm}$, $\angle ABD=\angle CBD=90^\circ$ である。点Eは辺AD上の点で, $AE=2\text{cm}$ である。

このとき, 次の問いに答えなさい。(神奈川)

(1) この三角錐の体積を求めなさい。



(2) この三角錐の表面に, 点Cから辺BDに交わるように, 点Eまで細い糸をかける。かけた糸の長さが最も短くなる時, その糸の長さを求めなさい。ただし, 糸はのびたり縮んだりしないものとする。