高校受験数学　実戦編

14 二次関数と図形(2)　　　解　答

1

実戦例題　二次関数と図形(2)

答えは本文にあります。

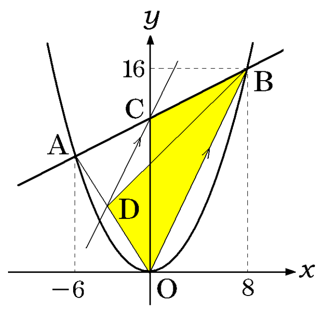
2

実戦問題　二次関数と図形(2)

①(ア)　$\frac{1}{4}$　　(イ)　$y=\frac{1}{2}x+12$　　②(ア)　$y=2x$　　(イ)　$-\frac{24}{7}$

解き方

①(ア)　点B(8，16)が $y=ax^2$ 上の点だから，　$8^2\times a=16$　　$a=\frac{16}{64}=\frac{1}{4}$



(イ)　放物線の式 $y=\frac{1}{4}x^2$ に，$x=-6$を代入すると，

$y=\frac{1}{4}\times(-6)^2=9$　より，　A(−6，9)

直線ABの式を $y=px+q$ とすると，２点A，Bを通ることから，

$9=-6p+q$　……①

$16=8p+q$　……②

①−②より，　$-7=-14p$　　$p=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$

①に代入して，　$9=-3+q$　　$q=12$

よって，直線ＡＢの式は　$y=\frac{1}{2}x+12$

②(ア)　直線OBは原点を通り，傾きが $\frac{16}{8}=2$ だから，　$y=2x$

(イ)　△OBDと△OBCの面積が等しいから，　CD // BO

よって，直線CDの式は，　$y=2x+12$　……③

また，直線OAは原点を通り，傾きが $-\frac{9}{6}=-\frac{3}{2}$ だから，　$y=-\frac{3}{2}x$　……④

点Dは③，④の交点だから，③，④を連立方程式として解く。

$2x+12=-\frac{3}{2}x$

両辺を２倍して，　$4x+24=-3x$　　$7x=-24$　　$x=-\frac{24}{7}$

よって，点Dの x 座標は $-\frac{24}{7}$

3

実戦問題　二次関数と図形(2)

(1)　$a=\dfrac{1}{4}$，$b=9$　　(2)　$y=x+3$　　(3)　12　　(4)　$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　(5)　9

解き方

(1)　A$(-2,\ 1)$が $y=ax^2$ 上の点だから，　$a\times(-2)^2=1$　　$a=\dfrac{1}{4}$

$y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $x=6$ を代入して，　$b=\dfrac{1}{4}\times6^2=9$

(2)　直線ABの式を $y=px+q$ とすると，２点A，Bを通ることから，

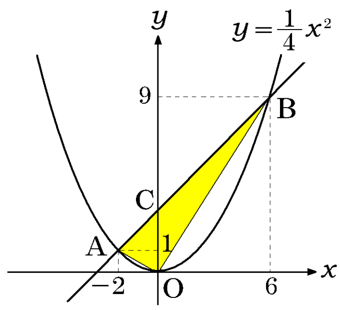
$1=-2p+q$ ……①

$9=6p+q$ ……②

①－②より，$-8=-8p$　　$p=1$

①に代入して，　$1=-2+q$　　$q=3$

よって，直線ABの式は　$y=x+3$



(3)　直線ABと y 軸との交点をCとすると，OC＝３より，

△OAB＝△OAC＋△OBC

$=\dfrac{1}{2}\times3\times2+\dfrac{1}{2}\times3\times6$

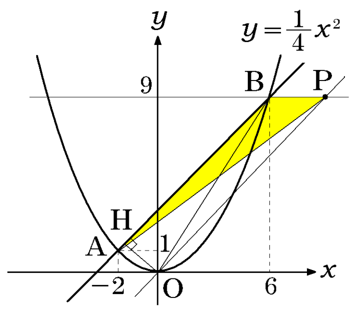
$=12$

(4)　$\mathrm{AB}=\sqrt{\{6-(-2)\}^2+(9-1)^2}=\sqrt{64\times2}=8\sqrt{2}$

△OAB＝12より，

$\dfrac{1}{2}\times8\sqrt{2}\times\mathrm{OH}=12$

$\mathrm{OH}=\dfrac{12}{4\sqrt{2}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$



(5)　点Pの x 座標は６より大きく，△PAB＝△OABより，

Pは点Oを通り，ABに平行な直線と $y=9$ との交点になる。

よって，直線OPの式は　$y=x$

この式に $y=9$ を代入して，　$x=9$

したがって，点Pの x 座標は９となる。

4

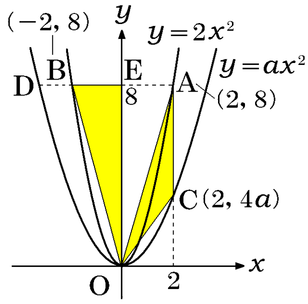
実戦問題　二次関数と図形(2)

(1)　8　　(2)　$-2\sqrt{3}$

解き方

(1)　$y=2x^2$ に $x=2$ を代入して求めると，　$y=2\times 2^2=8$

(2)　△OACと△OBEの底辺をそれぞれAC，OEとみると，



高さはそれぞれEA，BEで，

A(2, 8)，C(2, $4a$)，B(−2, 8)より，

$AC=8-4a$，$EA=BE=2$，$OE=8$

よって，△OAC：△OBE＝2：3 より，

$$(8-4a)\times 2\times\frac{1}{2} : 8\times 2\times\frac{1}{2}=2:3$$

$$(8-4a):8=2:3$$

$$3(8-4a)=16$$

$$24-12a=16 \qquad -12a=-8 \qquad a=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

点Dは $y=\frac{2}{3}x^2$ 上の点だから，

$$8=\frac{2}{3}x^2 \qquad 24=2x^2 \qquad x^2=12 \qquad x<0 \text{ より，} \qquad x=-\sqrt{12}=-2\sqrt{3}$$

5

実戦問題　二次関数と図形(2)

(1)　5　　(2)　8　　(3)　$-\dfrac{2}{3}$

解き方

(1)　$a=5$ のとき，$OB=5$

$OA \parallel CD$より，$\triangle ABO$の底辺をOBとすると，

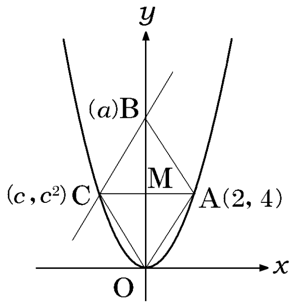
$$\triangle ACO=\triangle ABO=\frac{1}{2}\times 5\times 2=5$$

(2)　平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，その交点をMとすると，

MはOBの中点だから，$M\left(0,\ \dfrac{a}{2}\right)$

また，$C(c,\ c^2)$とすると，MはACの中点だから，

$$M\left(\frac{c+2}{2},\ \frac{c^2+4}{2}\right)$$



よって，$\dfrac{c+2}{2}=0$ より，　$c=-2$

$$\frac{a}{2}=\frac{c^2+4}{2}=\frac{(-2)^2+4}{2}=4\quad より，\quad a=8$$

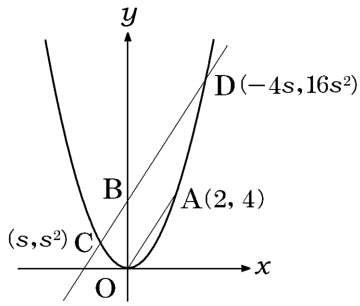
(3)　$C(s,\ s^2)\ (s<0)$とする。

点Dの y 座標は，点Cの y 座標の16倍だから，$16s^2$

点Dも $y=x^2$ 上の点だから，　$16s^2=x^2$

点Dの x 座標は正より，　$x=-4s$

よって，　$D(-4s,\ 16s^2)$



また，　CDの傾き＝OAの傾き$=\dfrac{4}{2}=2$

であり，$C(s,\ s^2)$，$D(-4s,\ 16s^2)$を通ることから，

$$変化の割合=\frac{16s^2-s^2}{-4s-s}=\frac{15s^2}{-5s}=-3s$$

と等しいから，　$-3s=2$　　$s=-\dfrac{2}{3}$

したがって，点Cの x 座標は，$-\dfrac{2}{3}$ である。