高校受験数学　実戦編

14 二次関数と図形(2)

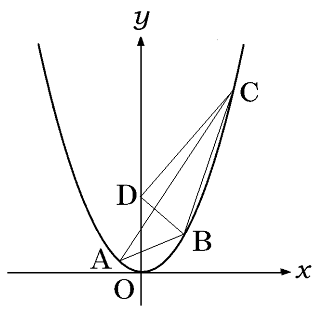
1

実戦例題　二次関数と図形(2)　**どのくらいできるか，挑戦してみよう。**

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，３点A，B，Cがある。点Aの座標は(－２，１)，点B，Cの x 座標はそれぞれ４，８である。

また，y 軸上の $y>0$ の範囲に，△ABC＝△BCDとなるように点Dをとる。

このとき，次の問いに答えなさい。(京都)



(1)　a の値を求めなさい。また，点Bの y 座標を求めなさい。

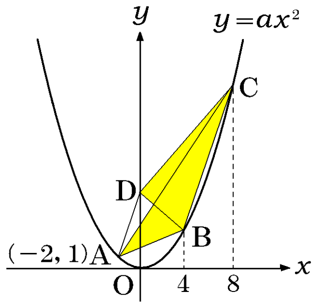
(2)　直線ADの式を求めなさい。

解き方　**⇒(2)　底辺が同じ２つの三角形の面積が等しいとき，高さが等しいから，底辺と２つの三角形の頂点を結ぶ直線は平行になる。**

(1)　点A(−2，1)を通ることから，

$y=ax^2$ に $x=-2$，$y=1$ を代入して，

$4a=1$　　$a=\boxed{\quad}$



よって，グラフの式は，$y=\boxed{\quad}x^2$　……①

①に点Bの x 座標 $x=4$ を代入すると，

$y=\boxed{\quad}$

よって，点Bの座標は　B(4，$\boxed{\quad}$)

(2)　①に点Cの x 座標 $x=8$ を代入すると，

$y=16$ より，　C(8，$\boxed{\quad}$)

△ABC＝△BCDより，AD // BCであるから，ADの傾きはBCの傾きと等しい。

これより，　$\dfrac{16-4}{8-4}=\dfrac{12}{4}=\boxed{\quad}$

よって，直線ADの式を $y=3x+b$ とすると，点A(−2，1)を通ることから，

$1=3\times(-2)+b$　　$b=\boxed{\quad}$

したがって，直線ADの式は，　$y=\boxed{\qquad\qquad}$

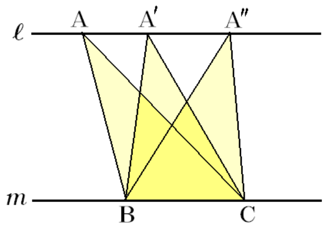
答え　(1)　$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{4}$，4，4　　(2)　16，3，7，$3x+7$

Check Point

二次関数と等積変形：

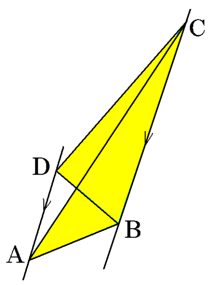
二次関数のグラフの中でも，等積変形の考え方が使える。

⇒右の図で，△ABC＝△A′BC＝△A″BC のとき，底辺BCは共通だから，高さが等しく，ℓ は m に平行になる。



問題のグラフ中では，

△ABC＝△BCDより，底辺BCは共通なので，高さが等しく，AD // BCである。



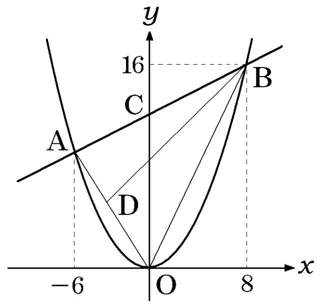
⇒平行な直線は，傾きが等しい。

2

実戦問題　二次関数と図形(2)

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフがある。２点Ａ，Ｂは関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点であり，点Ａの x 座標は－6で，点Ｂの座標は(８，16)である。また，直線ABと y 軸との交点をＣとし，原点をＯとする。

このとき，次の①，②の□に適当な数または式を書き入れなさい。（岡山）



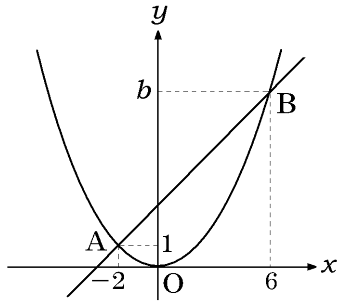
①　a の値は（ア）であり，直線ABの式は $y=$（イ）である。

②　直線OBの式は，$y=$（ア）である。また，点Ｏと点Ａを結ぶ。点Ｄを，線分OA上に，△OBDの面積が△OBCの面積と等しくなるようにとる。

このとき，点Ｄの x 座標は（イ）である。

3

実戦問題　二次関数と図形(2)



右の図のように，原点をOとし，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に２点A(−2，1)，B(６，b)がある。

このとき，次の問いに答えなさい。（佐賀）

(1)　a，b の値を求めなさい。

(2)　２点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

(3)　△OABの面積を求めなさい。

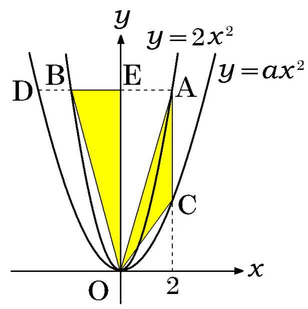
(4)　線分AB上に，OH⊥ABとなるように点Hをとるとき，OHの長さを求めなさい。

(5)　点Bを通り，x 軸に平行な直線上に点Pをとり，△PABの面積が△OABの面積と等しくなるようにする。このとき，点Pの x 座標を求めなさい。

ただし，点Pの x 座標は６より大きいものとする。

4

実戦問題　二次関数と図形(2)



右の図のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に２点A，Bがあり，関数 $y=ax^2$（０＜a＜２）のグラフ上に２点C，Dがある。AとCの x 座標はどちらも２で，Dの x 座標はBの x 座標より小さくなっている。また，y 軸上に点Eがあり，A，B，D，Eの y 座標は等しくなっている。

このとき，次の問いに答えなさい。（岩手）

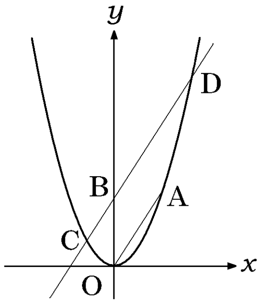
(1)　Aの y 座標を求めなさい。

(2)　△OACと△OBEの面積の比が２：３であるとき，Dの x 座標を求めなさい。

$\boxed{5}$

実戦問題　二次関数と図形(2)

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点A(2，4)，y 軸上に点B(0，a)がある。点Bを通りOAに平行な直線と，関数 $y=x^2$ のグラフとの２つの交点のうち，x 座標が小さいほうをC，大きいほうをDとする。ただし，$a>0$ とする。



これについて，次の問いに答えなさい。(広島)

(1)　$a=5$ のとき，△ACOの面積を求めなさい。

(2)　四角形ABCOが平行四辺形となるとき，a の値を求めなさい。

(3)　点Dの y 座標が点Cの y 座標の16倍となるとき，点Cの x 座標を求めなさい。